

Предисловие к переводам двух классических работ Джеффри и Гамеля

Л. Д. Акуленко, Д. В. Георгиевский, С. В. Нестеров

(соредакторы перевода)

Возобновившийся в последнее десятилетие интерес к классическим задачам механики обусловлен несколькими причинами. С одной стороны, это возросшие возможности современных компьютеров и суперкомпьютеров, а также разработка программного обеспечения, позволяющего искать решения в новых, недоступных ранее аналитически, областях параметров. Возник вопрос собственно о том, что считать решением задачи и как его представить в виде, максимально доступном пользователю для дальнейшей обработки. С другой стороны, классические решения являются опорными и служат нулевыми приближениями в более сложных приложениях. Поэтому чрезвычайно важно знать их свойства и особенности в различных, на первый взгляд даже экзотических, диапазонах значений параметров.

К числу таких известных задач механики сплошной среды, безусловно, относится задача о стационарном движении вязкой несжимаемой жидкости между двумя наклонёнными друг к другу плоскостями под действием давления на бесконечности. Если течение имеет особенность типа источник (впрыскивание среды в двугранный угол), то речь идёт о плоском диффузоре; если особенность типа сток (выдавливание жидкости из двугранного угла), то о плоском конфузоре. Данная задача замечательна тем, что в ней имеет место автомодельность, позволяющая свести систему уравнений Навье—Стокса к одному обыкновенному дифференциальному уравнению. Однако краевая задача для этого уравнения, включающая кроме прочих одно интегральное условие, достаточно нестандартна и таит немало численно-аналитических трудностей. Она приводится к стандартной нелинейной краевой задаче четвёртого порядка, содержащей два безразмерных параметра: угол раствора и число Рейнольдса. Для обхода трудностей в исследованиях многих авторов осуществляется замена интегрального условия каким-либо локальным. Тем самым фактически уменьшается размерность системы, что искажает содержание задачи.

По-видимому, впервые, указав на автомодельность, к серьёзному анализу течения ньютоновской жидкости в плоском диффузоре-конфузоре около ста лет назад, практически одновременно, обратились два известных в первой половине XX века математика и механика — Дж. Б. Джеффри и Г. Гамель. Они независимо опубликовали соответственно в 1915 и 1917 годах свои статьи, переводы которых в хронологическом порядке представлены ниже (после этого приводятся фотографии и краткие биографии обоих учёных). С тех пор в литературе эта задача традиционно называется задачей Джеффри—Гамеля или чаще задачей Гамеля, а её решения — течениями Джеффри—Гамеля.

Две данные статьи можно назвать пионерскими, в них впервые исследуется обширный класс точных решений плоской гидродинамики с привлечением мощного аппарата математического анализа, теории функций комплексного переменного и качественной теории дифференциальных уравнений. Можно сказать, что был совершён прорыв в теории точных аналитических решений, касающихся динамики вязкой несжимаемой жидкости. Найденные многомодовые решения свидетельствуют о их бифуркации и возможности потери устойчивости, турбулизации и хаотическом движении, что подтверждается на практике и в экспериментах.

Работа Г. Гамеля носит более общий, или теоретический, характер и посвящена отысканию условий существования стационарных плоских течений вязкой жидкости. Более же чёткая формулировка решаемой задачи для радиальных и спиралевидных течений, а также неявное аналитическое решение в эллиптических функциях и интегралах получено Дж. Б. Джеффри.

Не следует считать, что упоминаемыми двумя статьями задача о течении вязкой жидкости в диффузоре-конфузоре закрыта и к ней больше обращаться не стоит. В чем состоит строгая математическая постановка изучаемой краевой задачи? Что считать её решением? Где и в каком виде оно получено? Исследованы ли его особенности? Предоставляем читателю на основе предлагаемого материала возможность разобраться в этих вопросах самостоятельно.

Актуальность анализа проблемы обусловлена помимо прочего и значительным количеством грубых ошибок и неточностей во многих монографиях, учебных пособиях и статьях, что требует осторожного отношения к результатам других авторов. Такое состояние объясняется отсутствием конструктивных и адекватных решаемой задаче численно-аналитических методов.

Поскольку статьи Дж. Б. Джеффри и Г. Гамеля были опубликованы достаточно давно в труднодоступных ныне журналах, в то время как при цитировании в западной литературе они упоминаются достаточно часто, то цель предлагаемого перевода состоит прежде всего в ознакомлении широкого круга русскоязычных читателей непосредственно с текстами этих работ. Оставлены оригинальные, пусть и не совсем принятые в настоящее время, обозначения и нумерация формул; все комментарии опущены. Не расставлены также акценты в приоритетах, дискуссии о которых, несмотря на двухлетний интервал во времени публикаций, периодически возникают в англоязычной, немецкоязычной, да и отечественной печати¹.

Перевод статьи Дж. Б. Джеффри с английского языка выполнен Д. В. Георгиевским, соредакторы перевода — Л. Д. Акуленко и С. В. Нестеров.

Перевод статьи Г. Гамеля с немецкого языка осуществлён С. В. Нестеровым, соредакторы перевода — Л. Д. Акуленко и Д. В. Георгиевский.

¹Тонкость вопроса заключена в том, что обе статьи писались и вышли в свет во время Первой мировой войны.